

實驗 18: 电流天平

實驗日期: 92年4月1日

一. 目的:

觀察兩條載電流導線間的作用力, 與其電流大小的關係。

二. 原理:

如图 1, 兩條無限長平行直導線之間的作用力可以寫為:

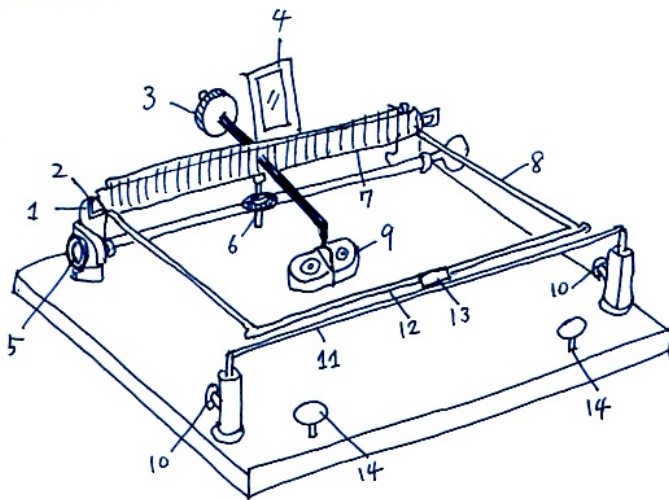
$$F = k \left(\frac{l}{d} \right) I_1 I_2 \quad (1)$$

(1) 式中 I_1, I_2 是兩條導線上的電流, d 是兩導線間的垂直距離, l 是考慮線段的長度, F 是作用在各線段上的力, k 是比例常數, 其數值和單位制有關。

在國際單位制中, 安培是電學的一個基本單位。其定義為: 有兩條無限長且平行的細直導線, 如果它們之間的距離為 1m , 當通過 1 安培的穩定電流時, 導線間每 1m 長的作用力為 $2 \times 10^{-7}\text{N}$ 。根據這個定義, 在國際單位制 (SI) 中, k 的數值為 2×10^{-7} 。

k 的數值已知, 我們只要從實驗中測量出 F , 就可以由 (1) 式推算出 I_1 和 I_2 的大小 (事先必須知道 I_1 和 I_2 的相對大小, 通常將二條導線串聯而成 $I_1 = I_2$)。利用這個原理, 由導線間的作用力測量電流的裝置稱為“電流天平”, 國家標準局即利用這種裝置建立電流的標準。

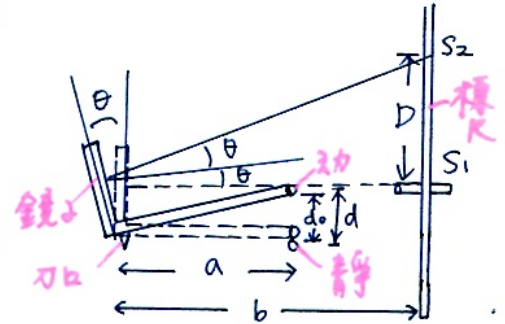
電流天平的圖示如下:



- | | |
|---------|--------|
| ① 刀口座 | ⑩ 可動框架 |
| ② 刀口 | ⑪ 阻滯磁鐵 |
| ③ 平衡質量 | ⑫ 電線接頭 |
| ④ 反射鏡 | ⑬ 靜導線 |
| ⑤ 刀口昇降鈕 | ⑭ 動導線 |
| ⑥ 感度質量 | ⑮ 砝碼盤 |
| ⑦ 橫樑 | ⑯ 水平桌線 |

- (a) 11 為靜導線, 12 為動導線, 是可動框架 8 的一部份。
當靜導線和動導線通以方向相反的電流時, 兩條導線間的排斥力, 可使可動框架向上傾斜。我們可以在 13 砝碼盤上加砝碼平衡此斥力, 使動導線回到原位, 這時砝碼的重力等於兩導線之間的排斥力, 由 (1) 式可推知電流的大小。
- (b) 兩導線之間的距離, 可視可動框架 8 的傾斜情形而定, 其傾斜程度可以由平衡質量 3 的位置來調節。將平衡質量往前移, 會使可動框架往下傾斜而減少兩導線間距離, 反之則相反結果。
- (c) 橫樑 7 正中下方的感度質量 6, 可用來調節可動框架的感度。
感度, 是指使可動框架傾斜一個固定角度, 需要加於動導線的力。
將感度質量上移, 會使框架質心上升到較接近刀口的高度, 因而使感度較小, 也就是變得較靈敏。框架太靈敏時, 會使平衡調節變得很困難。因此作平衡調節時, 應先使感度質量下降些, 以免框架太靈敏, 等平衡調好後, 再使靈敏度增加。
- ★ 最好的方法是反覆調節平衡和感度, 調節到兩導線距離約 2mm, 框架擺動週期約 2 秒即可。
- (d) 阻滯磁鐵 9 兩極之間的鋁片連接到橫樑上, 當可動框架擺動時, 鋁片在磁場中運動, 鋁片上會形成渦電流。渦電流消耗框架的動能, 使它振幅衰減而較快靜止下來。
- (e) 刀口 2 和刀口座 1 的表面若受磨損而變得凹凸不平, 框架擺動會受到阻力而造成很大的實驗誤差。要施較大的力於框架時, 應先利用刀口升降鈕 5 使刀口上昇, 以免刀口和刀口座互相摩擦。刀口昇降後, 因為和刀口座的接觸點改變, 動導線的平衡位置會稍有改變, 因此取數據時, 儘量不要動刀口。
- 加砝碼時, 以夾子輕輕放下; 拿掉砝碼時, 可用細鉤絲輕輕掛下來, 以免改變刀口位置。
- (f) 橫樑中央上方有一面反射鏡 4, 框架傾斜時, 反射鏡的方向也跟著傾斜。從反射光線方向的改變, 可以量出導線間距離微小的變化, 這種裝置稱為光槓桿 (optical lever)。

(9) 量取兩條導線之間的距離時，圖如右。為了提高精確度，我們用望遠鏡觀察。假設兩條導線緊靠時，標尺上刻度 S_1 的光線經鏡面反射到望遠鏡內（會看到標尺上刻度 S_1 在望遠鏡十字標記的交叉）。當動導線上升 d_0 時，鏡面傾斜一角度 θ ，因此入射光線必須從上方以角度 2θ 方向射入，才能反射至望遠鏡內。



若角度 θ 很小，由幾何關係可得：

$$\tan 2\theta \approx 2 \tan \theta \Rightarrow \frac{D}{b} \approx \frac{2d_0}{a} \Rightarrow d_0 \approx \frac{aD}{2b}$$

因此，兩條導線中心之間的距離為：

$$d = 2r + d_0 = 2r + \frac{aD}{2b} \quad (2)$$

- a: 導線到刀口之間距離
- b: 鏡片到尺的距離
- d: 兩導線中心的距離
- d_0 : 兩導線的間隔。

式中的 $2r$ 是導線的直徑，可以直接用游標尺測量。

注意：光線的仰角小時，上面的近似法才精確，因此測量之前，應先把望遠鏡降到和反射鏡同一水平面，同時調節反射鏡的仰角，使望遠鏡附近的刻度在十字中央出現。如此可以保證入射線和反射線接近水平。

(b) 動導線除了受到靜導線的作用力外，還受到地磁的作用力。靜導線給予的作用力和 I^2 成正比，地磁給予的作用力則和 I 成正比。因此地磁的干擾在小電流時較嚴重。

使導線和地磁方向平行，可以避免這種干擾，但是當空間有限時，則不易如此做。

最方便的方法是量取電流讀數之後，將電流反向再量取一個讀數，這兩個讀數的平均值，會接近沒有地磁干擾時的讀數。

(A) 除了地磁之外，任何載流導線或磁性材料產生的磁場，對動導線均有作用力，因此電線和儀表應儘量遠離電流天平。

三、儀器：

電流天平；50 mg 砝碼 5 個；砝碼夾；細銅絲；望遠鏡及支架（或雷射）；標尺；低電壓大電流直流電源；粗電線數條；游標尺；直尺；電流計；精密天平。

四. 步驟:

1. 將望遠鏡(或雷射光)置於距電流天平約1.5m處,調整使其和電流天平上反射鏡同高度。
2. 調節電流天平的水平螺絲,使底座成水平。
3. 小心調節可動框架位置,使動靜導線對齊。
4. 調節平衡質量,使動靜導線相隔約2mm。若發現調節平衡有困難,可以把感度質量調低,以降低靈敏度,等平衡調好後再把感度質量調高。並反覆調節平衡及感度,直到二線相隔約2mm,可動框架擺動週期約為2sec。
5. 調整望遠鏡支架位置,和望遠鏡的方向、焦距,直到標尺上的刻度清晰可見。
 (使用雷射則為:調整雷射光方向,使它對準電流天平的反射鏡,並反射至標尺上)
6. 望遠鏡中看到的刻度,應在鏡筒附近。否則應調節反射鏡的角度,使鏡筒附近刻度出現。
7. 以粗電線連接直流電源和電流天平。直流電源應放遠,以避免它的磁場干擾。
8. 並關掉冷氣,人員避免接觸桌面,等待電流天平靜止。記錄雷射光^(反射光)所在位置的刻度。
9. 在砝碼盤上加50mg砝碼(用夾子輕之放下)。
10. 通上電流使光回到原刻度,電流應從最小慢慢增加。為使電流穩定,應用定電流試操作。
11. 將砝碼增加到100mg, 150mg, 200mg, 250mg. 依次量取回到原處^{刻度}所需電流。
12. 將電流降回零,將電線反接,再於砝碼盤上加砝碼,調整電流使刻度回到原處。
13. 將電流降回零,剩下50mg砝碼會使動靜導線密合,讀取此刻度和^{未調工為0時}原刻度之距離即為D。
14. 以直尺量反射鏡到標尺距離b,刀口至力導線中央的距離a,以及力導線長度L;以游標尺量導線直徑2r。由(2)式計算二導線中心之間距離d。
15. 由(1)式,令 $I_2 = I_1 = I$,計算砝碼為50mg, 100mg, 150mg, 200mg, 250mg時,使電流天平維持平衡所需的電流。將計算值和實際量得的值做比較。(實驗值應取電流兩個流向中情況之平均值,以減少地磁的影響) 〈畫F-I²圖〉
- * 16. 稍微改變平衡質量位置,使d改變,重覆步驟4-15。
- * 17. 將直流電源改為交流電源,重覆步驟4-15。

五. 使用儀器圖片:

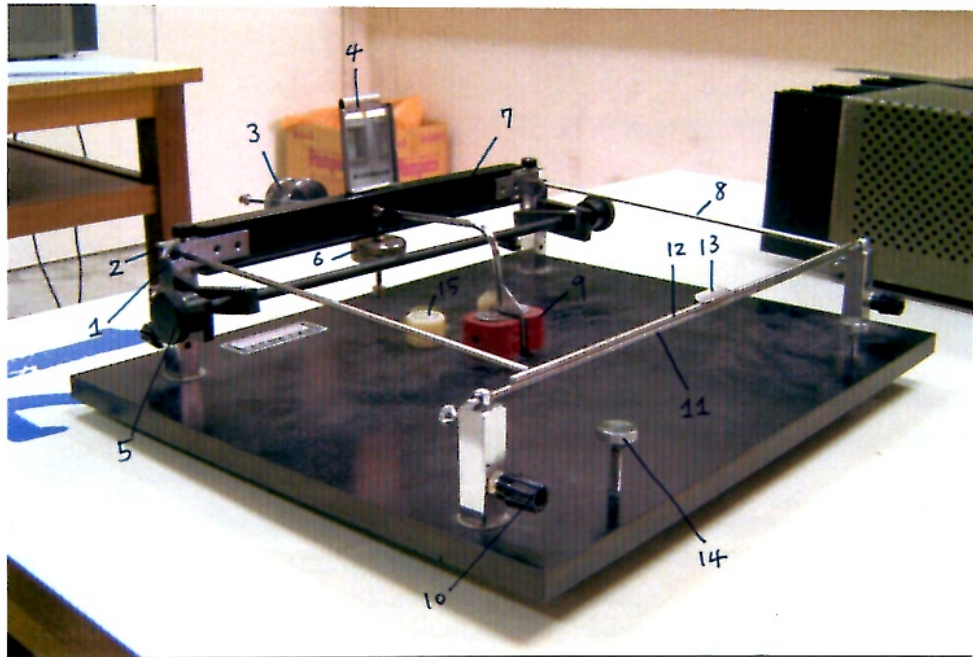


圖1. 電流天平:

- | | | |
|-----------|-----------|----------|
| (1) 刀口座 | (2) 刀口 | (3) 平衡質量 |
| (4) 反射鏡 | (5) 刀口升降鈕 | (6) 感度質量 |
| (7) 橫樑 | (8) 可動框架 | (9) 阻滯磁鐵 |
| (10) 電流接頭 | (11) 靜導線 | (12) 動導線 |
| (13) 磁石盤 | (14) 水平螺絲 | (15) 水平儀 |

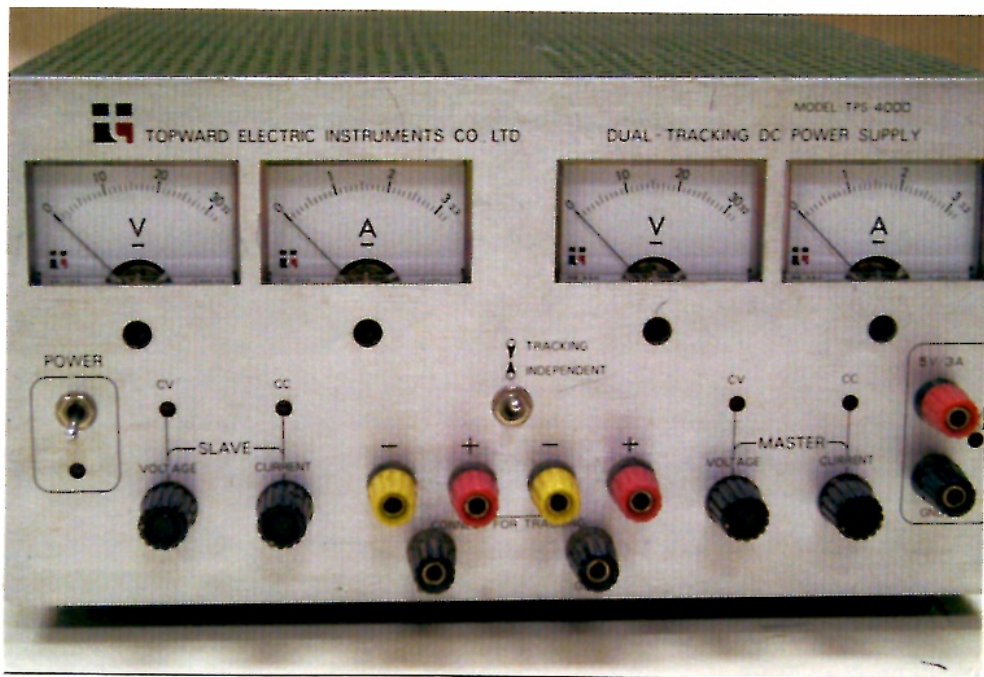


圖2. 直流電源供應器. (類似)

六. 數據與計算

施予砝碼質量	砝碼施予重力	正接電流值	反接電流值	實驗電流平均值	計算電流值	誤差
Mass	Force (F)	I ₊	I ₋	I _{mean}	I ₁ & I ₂	
mg	Newton	Ampere	Ampere	Ampere	Ampere	%
50	0.00049	6.6	6.4	6.5	6.058	-7.2892
100	0.00098	9.4	8.7	9.05	8.568	-5.6273
150	0.00147	11.5	10.8	11.15	10.493	-6.2569
200	0.00196	12.9	12.5	12.7	12.117	-4.8133
250	0.00245	14.5	14.0	14.25	13.547	-5.1896

標尺原刻度與施加砝碼後刻度差	D	0.01	m
反射鏡到標尺距離	b	1.435	m
刀口到動導線間距離	a	0.221	m
動導線長度	l	0.265	m
導線直徑	2r	0.0032	m
動靜導線之垂直距離計算值	d	0.0040	m

使用方程式A

$$d = 2r + \frac{aD}{2b}$$

使用方程式B

$$F = k \left(\frac{l}{d} \right) I_1 I_2$$

計算式

by equation A: 求d:

$$d = 2r + \frac{aD}{2b} = (0.0032) + \frac{(0.221)(0.01)}{2 \times 1.435} = 0.004 \text{ (m)}$$

by equation B: 求 I₁/I₂:

I₁, I₂ 量值相等, 方向相反. I₁ = I₂ = I

$$\therefore F = k \left(\frac{l}{d} \right) I_1 I_2 = k \left(\frac{l}{d} \right) I^2 \Rightarrow I^2 = \frac{Fd}{kl} \Rightarrow I = \sqrt{\frac{Fd}{kl}}$$

$$\therefore k = 2 \times 10^{-7} \text{ (N/A}^2\text{)}$$

$$\therefore I = \sqrt{\frac{0.00049 \times 0.004}{2 \times 10^{-7} \times 0.265}} = 6.058 \text{ (Amp)} \Rightarrow 50 \text{ mg}$$

$$I = \sqrt{\frac{0.00098 \times 0.004}{2 \times 10^{-7} \times 0.265}} = 8.568 \text{ (Amp)} \Rightarrow 100 \text{ mg}$$

$$I = \sqrt{\frac{0.00147 \times 0.004}{2 \times 10^{-7} \times 0.265}} = 10.493 \text{ (Amp)} \Rightarrow 150 \text{ mg}$$

$$I = \sqrt{\frac{0.00196 \times 0.004}{2 \times 10^{-7} \times 0.265}} = 12.117 \text{ (Amp)} \Rightarrow 200 \text{ mg}$$

$$I = \sqrt{\frac{0.00245 \times 0.004}{2 \times 10^{-7} \times 0.265}} = 13.547 \text{ (Amp)} \Rightarrow 250 \text{ mg}$$

誤差:

$$\frac{6.058 - 6.5}{6.058} \times 100\% = +7.29\%$$

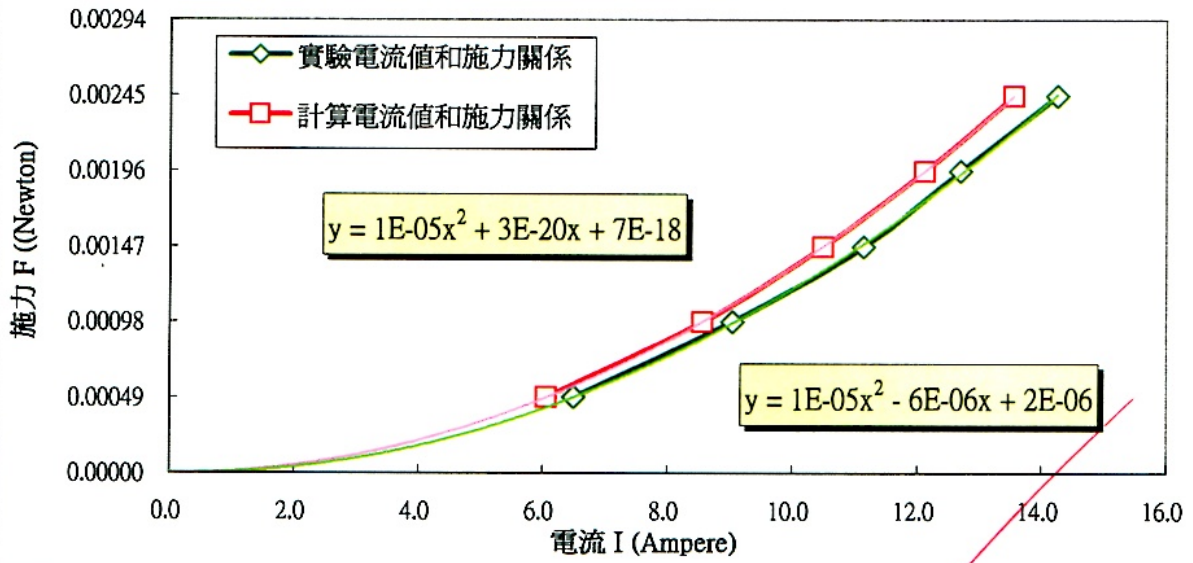
$$\frac{8.568 - 9.05}{8.568} \times 100\% = -5.63\%$$

$$\Rightarrow \frac{10.493 - 11.15}{10.493} \times 100\% = -6.26\%$$

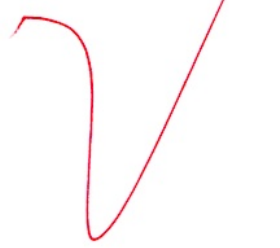
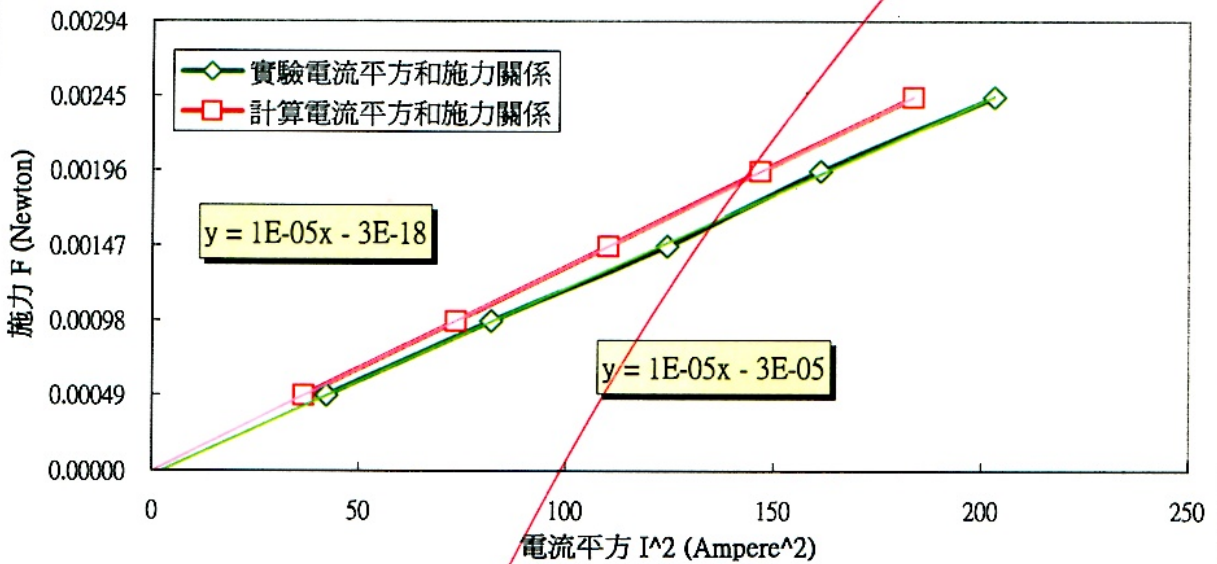
$$\frac{12.117 - 12.7}{12.117} \times 100\% = -4.81\%$$

$$\frac{13.547 - 14.25}{13.547} \times 100\% = -5.19\%$$

電流和施力關係圖



電流平方和施力關係圖



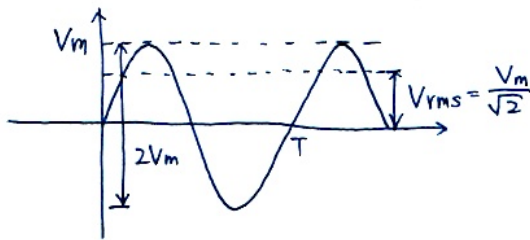
七. 問題:

1. 將直流電源改成交流電源, 仍然可以做此實驗, 而且可以避免地磁的干擾, 解釋之. 這時電流應取均方根值, 為什麼?

交流電的電流是方向不停改變的電流, 而電流方向的改變可以減少地磁的影響. 在實驗中, 我們即是做兩次實驗, 一次正接, 一次反接, 來求得電流平均值, 藉此減少地磁對實驗的影響. 而交流電是一电压不停改變的電, 电压正比於電流, 由此可知電流值也不停地在改變. 由交流电压的函数值: $V(t) = V_m \sin \omega t$ 得 (其 V_m 為認考之極大值),

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_m^2 \sin^2 \omega t dt} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_m = \sqrt{2} V_{rms}$$

$$\because V \propto I \quad \therefore I_m = \sqrt{2} I_{rms}$$



2. 動導線比靜導線短的用意何在?

$F = k \left(\frac{l}{a} \right) I_1 I_2$, 該式是兩條無限長平行直導線間的作用. 由此可知, 導線之間的磁場並足為完全影響另一導線的全長才行. 而在實驗中, 我們是以動導線受的磁力為準, 故並使動導線比靜導線稍短, 才能保證動導線各段, 均受靜導線施予均勻磁力作用.

八. 討論:

(一) 造成實驗誤差的原因:

- (1) 我們施加砝碼, 給予某一重力時, 我們僅知砝碼上的標示質量。然而, 砝碼質量是否有所改變呢? 我們並沒有辦法知道。在實驗課本中, 儀器項中包含了精密天平, 但是實驗中, 我們只有一台精度至 $0.1g$ 的普通電子天平, 根本沒辦法求得準確的施力值。在施力不確定的情況下, 我們求出的實驗電流就會有誤差。
- (2) 我們是使用雷射取代望遠鏡, 進行偏移的觀察。但是雷射光反射至五尺上時, 光束直徑有 $5mm$ 之多, 在偏移量不過 1 公分的情況下, 這麼大的光束, 實在有阻礙觀察的可能性, 在判斷偏移時, 可能會產生 $1mm$ 左右的誤差。
- (3) 雷射光射入的方向, 必須呈水平, 才能保證 d 值的準確性。我們利用 $d = 2r + \frac{aD}{2b}$ 求得兩導線中心之距離時, 導出公式前即假設 θ 值極小的狀態, 才能使用。如果雷射光角度有歪斜, 會造成 θ 角变大, 使用該公式的不準確性會增加。
- (4) 反射鏡的角度如不垂直於框架, 也會造成如 (3), θ 角度變大的影响。
- (5) 動導線在實驗前, 必須調整到和靜導線完全平行, 才能使用 $F = k \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) I_1 I_2$ 公式來求得實驗電流。使用此公式之前, 必須保證兩導線間距離 d 為一定值。如否, 就不能直接使用該式計算, 而必須用積分來求。
- (6) 電流天平本身的水平, 是實驗之前必須確實調整的。如果電流天平本身不水平, 施在動導線上的重力, 會產生一水平和垂直的分量, 只有垂直方向的分量會影響到電流天平的平衡, $F_{\perp} = F \cos\theta$ (θ 為天平歪斜角度)。由此可知, 這會產生誤差。
- (7) 電源供應器和導線影响實驗順利進行甚大。因為我們在實驗中, 必須使用 $5-15$ 安培的電流, 在使用時間比較長的情況下, 導線可能因為過熱燒壞了, 其接頭也可能會出現接觸不良的問題。如果有任何導線出現這個問題, 迴路會斷路, 實驗也會中斷。因此在實驗之前, 先檢查各條導線功能是否正常, 用三用電表量其電阻, 或是在迴路上量其電流, 都可以發現此情況是否產生。
- (8) 是否有足夠測量 $5-15$ 安培電流的三用電表呢? 只讀電源供應器上電流值, 覺得誤差很大。

(二) 如何求得 d 的不準確度:

參考第三頁右上方圖:

我們是在角度 θ 極小的狀況之下, 假設 $\tan 2\theta \approx 2\tan\theta$, 也就是 $\frac{D}{b} \approx 2\frac{d_0}{a}$.

把實驗值: $D = 1.0 \text{ cm}$, $b = 143.5 \text{ cm}$, $a = 22.1 \text{ cm}$ 代入, 我們可以求得:

$$d_0 \approx \frac{aD}{2b} = \frac{22.1 \times 1.0}{2 \times 143.5} = 7.7 \times 10^{-2} \text{ (cm)}$$

如果我們能用其他方法, 求得框架的偏移 θ 角或是實際 d_0 值, 再和計算 d_0 值作比較, 我們就能發現, θ 角和 d_0 誤差量的關係。當 θ 角越大時, 我們導出的公式就越不準確 ($\tan 2\theta$ 和 $2\tan\theta$ 值相差越大), 由此可知 θ 角大到何程度時, 会造成 d_0 值不可再用上述公式代入求出。若能以此作為參考依據, 可以提醒作實驗時須精確, 否則結果的誤差可能會十分驚人。另外, 可以導出實際值和計算值的關係式。

會有以上的想法, 是覺得自己沒辦法求出該公式造成的誤差, 而有些懊惱。不過如果真的可以準確地測出 d_0 值, 我們其實也不需要用它了! 相信能用其它的方法, 得到 d_0 值。

九. 心得:

這一次的實驗, 我花了许多時間做預習, 感覺成效很不錯, 自己也對於實驗的原理和方法, 比以前沒有做很確實預習要了解得多。所以以後還是要多做些預習工作。

對於實驗中的敘述, 有幾個地方还是不太了解:

- ① 在調節動導線的平衡時, 須達到兩導線距離 2 mm , 框架擺動週期 2 sec , 何為依據?
- ② 為何電流正接和反接得到的電流值, 加以平均, 可以降低地磁的干擾?

此外, 交流電會對電流天平產生怎樣的影響呢? 是否有上下振盪 (因為電流方向不停地改變) 的現象呢? 很想看一看。

其實排除電源供應器和導線的因素之外, 我還挺喜歡這個實驗的, 有機會希望能再做一次。

90

(-) 直流电压:

50mg 砝码重力 \Rightarrow 电流: 6.6 A

100mg 砝码重力 \Rightarrow 电流: 9.4 A

150mg 砝码重力 \Rightarrow 电流: 11.5 A

200mg 砝码重力 \Rightarrow 电流: 12.9 A

250mg 砝码重力 \Rightarrow 电流: 14.5 A

电流反接:

0.4 A

8.7 A

10.8 A

12.5 A

14.0 A

用精密天平测砝码:

50mg

100mg

150mg

200mg

250mg

原高 30.8 cm

压下后 29.8 cm

50mg 砝码施加后 原刻度和后来刻度的距离 b : 1.0 cm

反射镜到标尺距离 b : 143.5 cm

刀口至导线距离 a : 22.1 cm

导线长度 l : 26.5 cm

(标尺) 导线直径 $2r$: 3.20 cm

计算 d (二导线中心距离): 0.4 cm by $d = 2r + \frac{aD}{2b}$

(计算 50mg ~ 250mg 时, 使天平维持平衡之电流 by $F = k(\frac{l}{a}) I_1 I_2$)
和上述实验值比较。 ($k: (SI) 2 \times 10^{-7}$)